数　　　学 (45分)

[注意] 1　答えに $\sqrt{\ }$ が含まれるときは，$\sqrt{\ }$ をつけたままで答えなさい。また，$\sqrt{\ }$ の中の数は，できるだけ小さい自然数にしなさい。
2　円周率は π を用いなさい。
3　解答は，すべて解答用紙に記入しなさい。

1　次の①～⑥では $\boxed{}$ に適当な数または式を書き入れなさい。

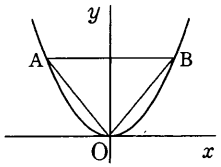
①　$\dfrac{3(x-2)}{2}-\dfrac{3x-4}{3}$ を計算すると，$\boxed{ア}$ である。

②　連立方程式 $\begin{cases}5x+y=7\\ x-2y=8\end{cases}$ を解くと，$x=\boxed{イ}$，$y=\boxed{ウ}$ である。

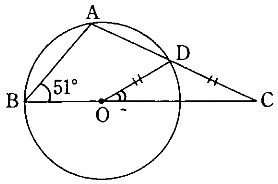
③　n を自然数とする。$\sqrt{60n}$ が最も小さい自然数となるとき，n の値は $\boxed{エ}$ である。

④　1, 2, 3, 4, 5 の数字が1つずつ書かれた5枚のカード，$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}\boxed{5}$ が袋の中に入っている。袋の中からカードを1枚取り出し，その数字を確認してから袋にもどし，ふたたび袋の中からカードを1枚取り出し，その数字を確認する。1回目に取り出したカードに書かれた数字を a，2回目に取り出したカードに書かれた数字を b とする。この a, b に対して，3点 $(3, 0)$，$(a, 1)$，$(b, 2)$ をとる。2点ずつをすべて線分で結んだとき，これら3本の線分によって三角形ができない確率は $\boxed{オ}$ である。

⑤　右の図のように，関数 $y=ax^2\ (a>0)$ のグラフ上に，原点Oと2点A，Bがある。線分ABは x 軸に平行であり，AB=4，三角形AOBの面積が4であるとき，定数 a の値は $\boxed{カ}$ である。

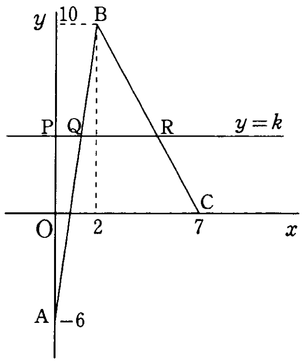


⑥　右の図のような，∠ABC=51° の三角形ABCがある。また，円Oは辺BC上に中心をもち，2点A，Bを通り，辺ACと点Dで交わっている。DO=DC であるとき，∠DOC=$\boxed{キ}$° である。



2　右の図のように，原点O(0, 0)と，3点A(0, −6)，B(2, 10)，C(7, 0) があり，2点A，Bを結んで線分ABを引き，2点B，Cを結んで線分BCを引く。x 軸に平行な直線 $y=k$（k は定数）が線分BCと2点B，C以外で交わっている。直線 $y=k$ と y 軸，線分AB，線分BCとの交点をそれぞれP，Q，Rとする。

①では $\boxed{}$ に適当な式を書き入れなさい。
②～⑤では答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書きなさい。



①　2点B，Cを結んでできる直線BCの方程式は，$y=\boxed{ア}$ である。

②　点Qの x 座標を k を用いて表しなさい。

③　線分QRの長さを k を用いて表しなさい。

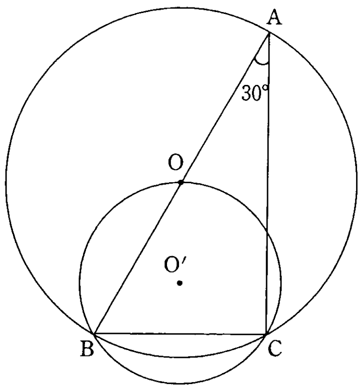
④　三角形PAQの面積を S とするとき，S を k を用いて表しなさい。

⑤　三角形BQRの面積が，三角形PAQの面積の5倍に等しくなるときの k の値を求めなさい。

数　　学 (45分)

3 右の図のように，ABを直径とする円O の周上に，∠BAC=30°をみたすように点Cをとり，三角形ABCをつくる。また，3点O，B，Cを通る円の中心をO′とし，AC=3 cmとする。

①，③では［　　］に適当な数または式を書き入れなさい。②では指示に従って答えなさい。



① 円Oの半径は［ア］cmであり，
∠BOC=［イ］°，∠BO′C=［ウ］°である。
また，O′B=O′C=［エ］cmである。

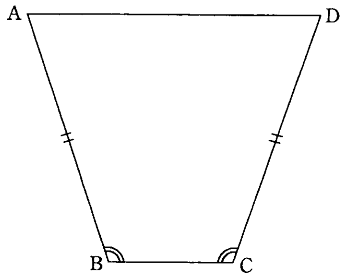
② 円O′の弧BCのうち点Oを通っている弧（ただし，2点B，Cを除く。）の上に点Pをとり，直線BPと円Oの交点のうち，点B以外の交点をQとする。このとき，PQ=PCであることを証明しなさい。

③ ②の2点P，Qに対し，PQ=x cmとする。CQの長さをxを用いて表すと，CQ=［オ］cmであり，PQの長さの最大値は［カ］cmである。また，PQの長さが最大となるとき，三角形CPQと円O′が重なった部分の面積は［キ］cm^2である。

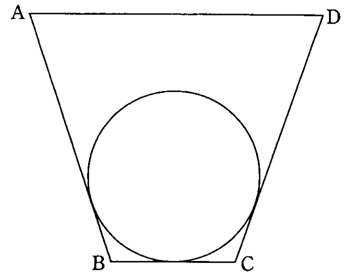
4 下の【図1】のように，辺ADと辺BCが平行な台形ABCDがあり，AB=CD，∠ABC=∠BCDである。

①では指示に従って答えなさい。②，③では答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書きなさい。

【図1】



【図2】



① 【図1】の台形ABCDにおいて，3辺AB，BC，CDに同時に接する円を描いたものが【図2】である。定規とコンパスのみを用いて，解答用紙の〔作図〕の欄に，辺BCの垂直二等分線を引き，3辺AB，BC，CDに同時に接する円の中心Oの位置を求める作図をし，点Oの位置を記入しなさい。ただし，作図に用いた線は消さないでおきなさい。

② 【図1】の台形ABCDにおいて，AD=16 cm，BC=6 cm，AB=CD=13 cmとする。このとき，辺BCの垂直二等分線を軸として，台形ABCDを1回転してできる回転体の体積を求めなさい。

③ ②でできた回転体と同じ大きさ，形をした密閉された容器の中に，半径r cmのボールが入っている。このとき，半径rの最大値を求めなさい。ただし，ボールは球形で変形しないものとし，容器の厚さは考えないものとする。