

CT 数学のウラ技を探る

— マーク試験ゆえの荒技集 —

山 川 宏 史

岡山朝日研究紀要 第39号（2018年3月）抜刷

〒703-8278 岡山市中区古京町2-2-21

1 はじめに

あと数年で大学入試センター試験数学には記述式の設定が出現し、大きく様変わりすると思われる。今回機会を与えられたので、現行本試験の特徴ある問題でウラ技が使える部分について詳しく検証してみることにした。じっくりと味わってみよう。なお、紙面の都合上、掲載した問題は一部抜粋か途中までであったり、改行箇所などを修正している。

2 数学 I・A 第 3 問

▲問題▲

あたりが 2 本、はずれが 2 本の合計 4 本からなるくじがある。A, B, C の 3 人がこの順に 1 本ずつくじを引く。ただし、1 度引いたくじはもとに戻さない。

(1) A, B の少なくとも一方があたりのくじを引く事象 E_1 の確率は、 $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) 次の $\boxed{\text{ウ}}$, $\boxed{\text{エ}}$, $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまるものを、下の ① ~ ⑤ のうちから一つずつ選べ。ただし、解答の順序は問わない。

A, B, C の 3 人で 2 本のあたりのくじを引く事象 E は、3 つの排反な事象 $\boxed{\text{ウ}}$, $\boxed{\text{エ}}$,

$\boxed{\text{オ}}$ の和事象である。

- ① A がはずれのくじを引く事象 ④ A だけがはずれのくじを引く事象
 ② B がはずれのくじを引く事象 ③ B だけがはずれのくじを引く事象
 ④ C がはずれのくじを引く事象 ⑤ C だけがはずれのくじを引く事象

また、その和事象の確率は $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(3) 事象 E_1 が起こったときの事象 E の起こる条件付き確率は、 $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(4) 次の $\boxed{\text{コ}}$, $\boxed{\text{サ}}$, $\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを、下の ① ~ ⑤ のうちから一つずつ選べ。ただし、解答の順序は問わない。

B, C の少なくとも一方があたりのくじを引く事象 E_2 は、3 つの排反な事象 $\boxed{\text{コ}}$, $\boxed{\text{サ}}$,

$\boxed{\text{シ}}$ の和事象である。

- ① A がはずれのくじを引く事象 ④ A だけがはずれのくじを引く事象
 ② B がはずれのくじを引く事象 ③ B だけがはずれのくじを引く事象
 ④ C がはずれのくじを引く事象 ⑤ C だけがはずれのくじを引く事象

また、その和事象の確率は $\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。他方、A, C の少なくとも一方があたりのくじを

ひく事象 E_3 の確率は、 $\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

- (5) 次の に当てはまるものを、下の ①～⑥ のうちから一つ選べ。

事象 E_1 が起こったときの事象 E の起こる条件付き確率 p_1 、事象 E_2 が起こったときの事象 E の起こる条件付き確率 p_2 、事象 E_3 が起こったときの事象 E の起こる条件付き確率 p_3 の間の大小関係は、 である。

- ① $p_1 < p_2 < p_3$ ② $p_1 > p_2 > p_3$ ③ $p_1 < p_2 = p_3$ ④ $p_1 > p_2 = p_3$
 ⑤ $p_1 = p_2 < p_3$ ⑥ $p_1 = p_2 > p_3$ ⑦ $p_1 = p_2 = p_3$

■分析■

で 3 種類の条件付き確率の大小比較をさせているが、「くじ引きの公平性」により、即座に ⑦ $p_1 = p_2 = p_3$ が入ることがわかる。したがって、 ～ の和事象の設問は余計なお世話となる。むしろこの設問のほうが難しいので、悪問か。

また、

ス
セ

 と

ソ
タ

 の間の表現だけ、くじを「ひく」とひらがな表示になっている。

校正不十分を露呈した。さらに、「一つ」と「3 つ」の漢数字と算用数字が混在しているのは毎度のこと。

3 数学 I・A 第 4 問

▲問題▲

- (1) 百の位の数 が 3、十の位の数 が 7、一の位の数 が a である 3 桁の自然数を $37a$ と表記する。

$37a$ が 4 で割り切れるのは $a = \text{ア}$, イ のときである。ただし、, の解答の順序は問わない。

- (2) 千の位の数 が 7、百の位の数 が b 、十の位の数 が 5、一の位の数 が c である 4 桁の自然数を $7b5c$ と表記する。

$7b5c$ が 4 でも 9 でも割り切れる b, c の組は、全部で 個ある。これらのうち、 $7b5c$ の値が最小になるのは $b = \text{エ}$, $c = \text{オ}$ のときで、 $7b5c$ の値が最大になるのは $b = \text{カ}$, $c = \text{キ}$ のときである。

また、 $7b5c = (6 \times n)^2$ となる b, c と自然数 n は $b = \text{ク}$, $c = \text{ケ}$, $n = \text{コサ}$ である。

■分析■

- (2) の最終設問で b, c, n を求めさせているが、うまくやると $b = \text{ク}$, $c = \text{ケ}$ よりも先にあとの枠の $n = \text{コサ}$ がわかる。そのスーパー解法とは

$$7 \square \square \square = (6n)^2 \text{ について}$$

$$n=13 \text{ のとき } (6n)^2 < 80^2 = 6400 < 7 \square \square \square$$

$$n=15 \text{ のとき } (6n)^2 = 90^2 = 8100 > 7 \square \square \square$$

$$\text{関数 } (6n)^2 \text{ の単調性により } n=14$$

$$(6 \cdot 14)^2 = 3^2 \cdot 28^2 = 9 \cdot 784 = 7056 \text{ より } b=0, c=6 \quad \leftarrow 28^2 = 784 \text{ は暗記しておく}$$

不等式による大雑把な大小評価がポイント。したがって、 ～ は余計なお世話となる。むしろ、ミスを誘発する設問で、数値感覚の優れた受験生には迷惑。

4 数学Ⅱ・B第1問 [2]

▲問題▲

座標平面上に点 $A\left(0, \frac{3}{2}\right)$ をとり、関数 $y = \log_2 x$ のグラフ上に2点 $B(p, \log_2 p)$,

$C(q, \log_2 q)$ をとる。線分 AB を $1:2$ に内分する点が C であるとき、 p, q の値を求めよう。

真数の条件により、 $p > \boxed{\text{タ}}$ 、 $q > \boxed{\text{タ}}$ である。ただし、対数 $\log_a b$ に対し、 a を底といい、 b を真数という。

線分 AB を $1:2$ に内分する点の座標は、 p を用いて

$\left(\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}p, \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}} \log_2 p + \boxed{\text{ナ}}\right)$ と表される。これが C の座標と一致するので

$$\begin{cases} \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}p = q & \dots\dots ④ \\ \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}} \log_2 p + \boxed{\text{ナ}} = \log_2 q & \dots\dots ⑤ \end{cases}$$

が成り立つ。

⑤ は $p = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}} q^{\boxed{\text{ネ}}}$ …… ⑥ と変形できる。④ と ⑥ を連立させた方程式を解いて、

$p > \boxed{\text{タ}}$ 、 $q > \boxed{\text{タ}}$ に注意すると $p = \boxed{\text{ノ}} \sqrt{\boxed{\text{ハ}}}$ 、 $q = \boxed{\text{ヒ}} \sqrt{\boxed{\text{フ}}}$ である。

また、 C の y 座標 $\log_2(\boxed{\text{ヒ}} \sqrt{\boxed{\text{フ}}})$ の値を、小数第2位を四捨五入して小数第1位まで求めると、 $\boxed{\text{ヘ}}$ である。 $\boxed{\text{ヘ}}$ に当てはまるものを、次の⑩～㊱のうちから一つ選べ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ 、 $\log_{10} 3 = 0.4771$ 、 $\log_{10} 7 = 0.8451$ とする。

- | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ⑩ 0.3 | ⑪ 0.6 | ⑫ 0.9 | ⑬ 1.3 | ⑭ 1.6 | ⑮ 1.9 |
| ⑯ 2.3 | ㊰ 2.6 | ㊱ 2.9 | ㊲ 3.3 | ㊳ 3.6 | ㊴ 3.9 |

■分析■

$\boxed{\text{ヘ}}$ で $\log_2 2\sqrt{6}$ の近似値を求めさせているが、選択肢があるおかげで次のように鮮やかに解くことができる。

$$16 < 24 < 32 \quad \text{であるから} \quad 4 < 2\sqrt{6} < 4\sqrt{2}$$

$$\text{底 } 2 \text{ は } 1 \text{ より大きいので} \quad 2 < \log_2 2\sqrt{6} < \frac{5}{2}$$

したがって、 $\boxed{\text{ヘ}}$ には ㊱ 2.3 が入る。

なお、「 $\left(\frac{5}{4}\right)^3 \div 2$ から $\sqrt[3]{2} \div \frac{5}{4}$ 」を知っていれば ← $5^3 = 125 \div 128 = 2.4^3$ が由来

$$2\sqrt{6} \div \sqrt{25} = 4 \cdot \frac{5}{4} \div 4\sqrt[3]{2} \quad \text{より} \quad \log_2 2\sqrt{6} \div 2 + \frac{1}{3} = 2.33\dots\dots$$

と、実際に与えられた $\log$ の近似値を用いて算出した 2.2925249 に結構近い数値が簡単に算出できる。 $\sqrt{6}$ を 2^a の形で表するのがポイント。このほか代表的な便利な近似値としては

$$36^2 = 6^4 = 1296 \quad \text{ゆえ} \quad \sqrt{13} \div 3.6$$

(実際は $\sqrt{13} = 3.6055512\dots\dots$)

$$12^3=1728 \div 1715=5.343 \quad \text{ゆえ} \quad \sqrt[3]{5} \div \frac{12}{7}=1.71428\cdots$$

(実際は $\sqrt[3]{5}=1.70997\cdots$)

$$2.7^2=7.29 \div 2^3 \quad \text{ゆえ} \quad \log 2 \div \frac{2}{3}$$

(実際は $\log 2=0.69\cdots$ で、 $e>2.7$ ゆえ意外にも精度が高い。)

などがあり、緊急時に活用できるので知っておくとよい。 n^k の値を数多く知っていることが必要条件。オマケとして、整数の活用例は下 2 桁の循環の着目が代表的

$2^{10}=1024$ は常識、 $2^{20}=1048576$ もほぼ常識ゆえ、 2^{22} の下 2 桁は 04

したがって、 2^{22} 以降の下 2 桁は 04 から順に循環節 20 で繰り返すことがわかる。

$3^{10}=59049$ は数値マニアなら知っているのですが、 3^{20} の下 2 桁は 01

したがって、 3^{20} 以降の下 2 桁は 01 から順に循環節 20 で繰り返すことがわかる。

これは、 $7^4=49^2=2401$ を知っていれば、気がつくかもしれない。

$6^5=7776$ は吉田拓郎・落陽などさいころ好きなら常識ゆえ、 6^7 の下 2 桁は 36

したがって、 6^7 以降の下 2 桁は 36 から順に循環節 5 で繰り返すことがわかる。

これは、昨年度の東大実戦模試夏ver文系第 1 問で

「 6^{2017} を 100 で割った余りを求めよ」という形で出題された。知っていれば、楽勝♪
ついでに脱線すると、次のことが pigeon box principle により証明(略)できる。

m, n を自然数の定数とする。 m を累乗していくと、下 n 桁はある累乗から循環する。

実戦模試には、かような問題がよいかと。なお、今回掲載した近似値や整数の活用例の一部は私も若い頃には気がつかなかった。今宵も反省を。

5 数学Ⅱ・B第 2 問

▲問題▲

O を原点とする座標平面上の放物線 $y=x^2+1$ を C とし、点 $(a, 2a)$ を P とする。

(1) 点 P を通り、放物線 C に接する直線の方程式を求めよう。

C 上の点 (t, t^2+1) における接線の方程式は $y=\boxed{\text{ア}}tx-t^2+\boxed{\text{イ}}$ である。この直線が P

を通るとすると、 t は方程式 $t^2-\boxed{\text{ウ}}at+\boxed{\text{エ}}a-\boxed{\text{オ}}=0$ を満たすから、

$$t=\boxed{\text{カ}}a-\boxed{\text{キ}}, \boxed{\text{ク}} \text{ である。}$$

よって、 $a \neq \boxed{\text{ケ}}$ のとき、 P を通る C の接線は 2 本あり、それらの方程式は

$$y=(\boxed{\text{コ}}a-\boxed{\text{サ}})x-\boxed{\text{シ}}a^2+\boxed{\text{ス}}a \cdots \cdots \textcircled{1} \text{ と } y=\boxed{\text{セ}}x \text{ である。}$$

(2) (1) の方程式 ① で表される直線を ℓ とする。 ℓ と y 軸との交点を $R(0, r)$ とすると、

$$r=-\boxed{\text{シ}}a^2+\boxed{\text{ス}}a \text{ である。} r>0 \text{ となるのは、} \boxed{\text{ソ}}<a<\boxed{\text{タ}} \text{ のときであり、}$$

このとき、三角形 OPR の面積 S は $S=\boxed{\text{チ}}(a^{\boxed{\text{ツ}}}-a^{\boxed{\text{テ}}})$ となる。

$\boxed{\text{ソ}}<a<\boxed{\text{タ}}$ のとき、 S の増減を調べると、 S は $a=\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ で最大値 $\frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ をとるこ

とがわかる。

- (3) $\boxed{\text{ソ}} < a < \boxed{\text{タ}}$ のとき、放物線 C と (2) の直線 ℓ および 2 直線 $x=0$, $x=a$ で囲まれた

図形の面積を T とすると $T = \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}} a^3 - \boxed{\text{ヒ}} a^2 + \boxed{\text{フ}}$ である。

$\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} \leq a < \boxed{\text{タ}}$ の範囲において、 T は $\boxed{\text{ヘ}}$ 。 $\boxed{\text{ヘ}}$ に当てはまるものを、次の ①～⑤

のうちから一つ選べ。

- ① 減少する ② 極小値をとるが、極大値はとらない
 ③ 増加する ④ 極大値をとるが、極小値はとらない
 ⑤ 一定である ⑥ 極小値と極大値の両方をとる

■分析■

序盤で接線に関することをあれこれ訊いているが、放物線 $y=x^2+1$ の頂点から x 座標が 1 だけ右の曲線上の点 $(1, 2)$ における微分係数は 2 より、接線の傾きは 2 である。したがって、この点における接線は $y=2x$ である。この直線上に点 P があるので $\boxed{\text{ク}}$, $\boxed{\text{セ}}$ には即座に 2 が, $\boxed{\text{ケ}}$ には即座に 1 が入る。グラフを考えると, $\boxed{\text{ソ}}$, $\boxed{\text{タ}}$ には即座に $0 < a < 1$ が入る。放物線を日頃からよく扱っていれば, すぐに気がつくことかと。

なお, 2005 年本試に $-3 \leq a < 1$ の設定で途中の設問において $a = \boxed{\text{キ}}$ を答えさせる事件があった。これには 0 しか入らない (真面目に求めた受験生には 笑 では済まされぬ)。最近では, 2011 年本試に, $0 \leq a \leq 2$ の設定で $a = \boxed{\text{ソ}}$ を答えさせる結果的な 3 択問題があった (答 0)。

6 数学Ⅱ・B第3問

▲問題▲

以下において考察する数列の項は, すべて実数であるとする。

- (1) 等比数列 $\{s_n\}$ の初項が 1, 公比が 2 であるとき

$$s_1 s_2 s_3 = \boxed{\text{ア}}, \quad s_1 + s_2 + s_3 = \boxed{\text{イ}} \quad \text{である。}$$

- (2) $\{s_n\}$ を初項 x , 公比 r の等比数列とする。 a, b を実数 (ただし $a \neq 0$) とし, $\{s_n\}$ の最初の 3 項が

$$s_1 s_2 s_3 = a^3 \quad \cdots \cdots \text{①} \quad s_1 + s_2 + s_3 = b \quad \cdots \cdots \text{②}$$

を満たすとする。このとき $xr = \boxed{\text{ウ}} \quad \cdots \cdots \text{③}$ である。

さらに, ②, ③ を用いて r, a, b の満たす関係式を求めると

$$\boxed{\text{エ}} r^2 + (\boxed{\text{オ}} - \boxed{\text{カ}}) r + \boxed{\text{キ}} = 0 \quad \cdots \cdots \text{④} \quad \text{を得る。④ を満たす実数 } r \text{ が存在するので}$$

$$\boxed{\text{ク}} a^2 + \boxed{\text{ケ}} ab - b^2 \leq 0 \quad \cdots \cdots \text{⑤} \quad \text{である。}$$

逆に, a, b が ⑤ を満たすとき, ③, ④ を用いて r, x の値を求めることができる。

- (3) $a=64$, $b=336$ のとき, (2) の条件 ①, ② を満たし, 公比が 1 より大きい等比数列 $\{s_n\}$ を考える。③, ④ を用いて $\{s_n\}$ の公比 r と初項 x を求めると, $r = \boxed{\text{コ}}$, $x = \boxed{\text{サシ}}$ である。

$\{s_n\}$ を用いて, 数列 $\{t_n\}$ を $t_n = s_n \log_{\boxed{\text{シ}}} s_n$ ($n=1, 2, 3, \cdots$) と定める。このとき, $\{t_n\}$ の

一般項は $t_n = (n + \boxed{\text{ス}}) \cdot \boxed{\text{コ}}^{n + \boxed{\text{セ}}}$ である。 $\{t_n\}$ の初項から第 n 項までの和 U_n は、
 $U_n - \boxed{\text{コ}} U_n$ を計算することにより

$$U_n = \frac{\boxed{\text{ソ}}n + \boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \cdot \boxed{\text{コ}}^{n + \boxed{\text{ツ}}} - \frac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$

であることがわかる。

■分析■

最終設問で数列 $\{(n+1)4^{n+1}\}$ の和を求めさせているが、誘導に従ってまともに計算すると大損をする。次のような正統派の工夫が賢い。粗悪な誘導は有能な受験生にとっては甚だ迷惑。作問委員たちのセンスが問われる箇所。誘導なしにすべきであったな。

まず、 $\sum_{k=1}^n k4^k$ を公比倍・ズラシ技で求めておく。 → 答え $\frac{3n-1}{9} \cdot 4^{n+1} + \frac{4}{9}$

この n に $n+1$ を代入し、初項にあたる $1 \cdot 4$ を引けばよい。何と簡単♪

7 数学Ⅱ・B第4問

▲問題▲

座標平面上に点 $A(2, 0)$ をとり、原点 O を中心とする半径が 2 の円周上に点 B, C, D, E, F を、点 A, B, C, D, E, F が順に正六角形の頂点となるようにとる。ただし、 B は第1象限にあるとする。

(1) 点 B の座標は $(\boxed{\text{ア}}, \sqrt{\boxed{\text{イ}}})$ 、点 D の座標は $(-\boxed{\text{ウ}}, 0)$ である。

(2) 線分 BD の中点を M とし、直線 AM と直線 CD の交点を N とする。 $\overrightarrow{ON}$ を求めよう。

$\overrightarrow{ON}$ は実数 r, s を用いて、 $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OA} + r\overrightarrow{AM}$ 、 $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OD} + s\overrightarrow{DC}$ と2通りに表すことができる。

ここで $\overrightarrow{AM} = \left(-\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}, \frac{\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}\right)$ 、 $\overrightarrow{DC} = (\boxed{\text{ク}}, \sqrt{\boxed{\text{ケ}}})$ であるから

$$r = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}, s = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。よって

$$\overrightarrow{ON} = \left(-\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}, \frac{\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}\right)$$

である。

■分析■

序盤で平面ベクトルの1次独立性を用いて係数を求めさせる設問があるが、三角形の重心を用いれば、次のように鮮やかに解ける。

四角形 $ABA'D$ が平行四辺形となるように点 A' をとる。

点 N は三角形 $A'BD$ の重心になるので

$$DN:NC=2:1 \quad \text{よって} \quad s = \frac{2}{3}$$

$$\triangle ABD \equiv \triangle A'DB \quad \text{であるから} \quad r = \frac{4}{3}$$

したがって、 $\boxed{\text{エ}} \sim \boxed{\text{ケ}}$ のベクトル成分表示は余計なお世話となる。また、終盤で2本の垂線の交点の座標を求めさせているが、直線の垂直条件を用いると簡単に解けてしま

い、テ ～ ナ の $\overline{EP}$ を求める設問も余計なお世話となる。誘導しにくい問題は、素材自体が悪いということを作問委員は認識するべきかと。

8 数学Ⅱ・B第5問

▲問題▲

(3) 連続型確率変数 X のとり得る値 x の範囲が $s \leq x \leq t$ で、確率密度関数が $f(x)$ のとき、 X の平均 $E(X)$ は次の式で与えられる。

$$E(X) = \int_s^t xf(x)dx$$

a を正の実数とする。連続型確率変数 X のとり得る値 x の範囲が $-a \leq x \leq 2a$ で、確率密度関数が

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3a^2}(x+a) & (-a \leq x \leq 0 \text{ のとき}) \\ \frac{1}{3a^2}(2a-x) & (0 \leq x \leq 2a \text{ のとき}) \end{cases}$$

であるとする。このとき、 $a \leq X \leq \frac{3}{2}a$ となる確率は $\frac{\text{シ}}{\text{ス}}$ である。

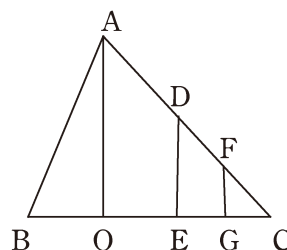
■分析■

$\frac{\text{シ}}{\text{ス}}$ は、定積分の計算や台形の面積を用いなくても全区間の定積分が 1 であることを

きちんと理解していれば、次のように面積比を用いて簡単に解ける。

右の図において、 $A(0, \frac{2}{3a})$, $B(-a, 0)$, $C(2a, 0)$, $E(a, 0)$, $G(\frac{3}{2}a, 0)$ とする。

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= 1 & \triangle AOC &= \frac{2}{3} \\ \triangle CDE &= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{6} & \triangle CFG &= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{24} \\ (\text{台形 DEGF}) &= \frac{1}{6} - \frac{1}{24} = \frac{1}{8} & \text{これが求める確率} \end{aligned}$$



9 おわりに

今回紹介したスーパー解法は、冷静に考えれば思いつくものも多い。しかしながら、実際の試験中には気持ちに余裕がないのでかなり厳しい。やはり平常心は大切。日頃から、マーク試験対策として少しでも短くて計算の簡単な解法、作題者の意図に背く解法を考え抜くのも面白いし、結果的に身を助けることになるかと。

また、今回は数学Ⅰ・A に 3 乗の和の因数分解が出題された。これは完全に学習指導要領を逸脱。毎回心配していたが、とうとう入試センターはやってしまった。問い合わせが殺到したはずであるが、毎回知らぬ存ぜぬの入試センターの対応は如何に。恒等式の利用という言い逃れは、数学Ⅱゆえ不適当。学習指導要領そのものが悪いことを示唆した点は偉い。ただ、文科省はお怒りかと。その箇所を抜粋すると

x は正の実数で、 $x^2 + \frac{4}{x^2} = 9$ を満たすとする。このとき $\left(x + \frac{2}{x}\right)^2 = \boxed{\text{アイ}}$ であるから、

$$x + \frac{2}{x} = \sqrt{\boxed{\text{アイ}}} \text{ である。}$$

$$\text{さらに } x^3 + \frac{8}{x^3} = \left(x + \frac{2}{x}\right)\left(x^2 + \frac{4}{x^2} - \boxed{\text{ウ}}\right) = \boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オカ}}} \text{ である。}$$

また、問題文の表現が不適切な箇所も多数あった。例えば、数学Ⅰ・A 第1問では、定数 a が途中から実数全体を動いてしまっている！お粗末。昨年の本試数学Ⅰにもあった。個数を表すのに漢数字と算用数字の混在箇所も多数。入試センターにチェック機能は？必要十分条件の選択肢群の文言は年度によって頻繁に変わっている。

追試においては、問題文に「さらに」と「更に」が混在していた。また、確率の問題には「条件つき確率」という表現が登場した。学習指導要領では、「つき」は漢字に。入試センターが、ひそかに学習指導要領に反論したのは評価できる。筆者も平素から「条件つき確率」がよいと思っていた。ところで、2000年頃は問題文が「条件つき確率」であった。作問委員が過去問をよく研究した副産物か、知らずに出題したかは誰も知らない。

また、昨年末に「大学入学共通テスト」の試行調査が実施されたのは記憶に新しい。国語と数学Ⅰ・Aでは、本番を意識した記述式問題が出された。受験させられた生徒は大恐慌に陥り「これは二浪できない」と感じたであろうし、現場の先生方はお怒りであろう。生徒は冗長な問題文をさんざん読まされ、狭い解答欄に記述させられた。試験時間のうち半分近くを文章の読解と解答の要約に費やさざるを得ない問題セットといえる。これで正しい数学力が測定できるのか。入試センターとしてはこれが最大限の出題と思われるが、現場には大きな衝撃が走ったことは言うまでもない。適切な配点ができ、記述式問題の公平かつ正確な採点ができるとは思えない。小問正答率が発表されたが、どのような学校が受験したかもわからないので、信憑性に欠ける。数学Ⅱ・Bには記述式問題がなかったが、大問は改善点を多く含んでいた。第1問はばらばらの小問の寄せ集め、第2問は微積分の計算がほとんどなかった。第3問の数列の問題だけが選択問題間で極端に難しく、公平性に欠けた。入試センターには、今後は実際の使用に耐えられる仕様を本気で研究することが望まれるとともに、過渡期という理由で試行調査の類題を出題して世間を混乱させるようなことのなきように。

筆者は日々の通勤途上のサイクリングや休日の遠距離ロードにおける珠玉の思考時間を愛している。今回の解法のうちの一部は通勤途上や休日の遠距離ロードにおける思考の賜物。この永年の涙ぐましい日夜の鍛錬により、暗算能力は格段に進歩することができた。最後にりましたが、読者諸賢のご精読と発表の機会をくださった編集委員の先生方に感謝します。

E-mail: yamakawa2005jp@yahoo.co.jp

参考文献

- [1] 大学入試センター 平成29年度大学入試センター試験問題
- [2] 山川 宏史 「大学入試を考える ～マーク試験ゆえのウラ技集～」
(『フォーカス・ゴールド通信第14号』啓林館, 2017年11月)