平成18年度　岡山県立岡山朝日高等学校〔数　学〕（45分）

〔注意〕1　答えに$\sqrt{\ }$が含まれるときは，$\sqrt{\ }$をつけたままで答えなさい。
また，$\sqrt{\ }$の中の数は，できるだけ小さい自然数にしなさい。
2　円周率はπを用いなさい。
3　解答は，すべて解答用紙に記入しなさい。

1　次の①～⑥では□に適当な数または式を書き入れなさい。

①　$2\sqrt{75}-\sqrt{2}(\sqrt{6}-\sqrt{24})$を計算すると，□である。

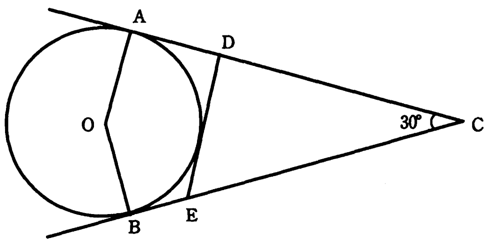
②　方程式$(x+3)^2=2(x+3)$を解くと，$x=$□である。

③　関数$y=x^2$と一次関数$y=ax+\frac{8}{3}$（傾きaは負の数）があり，xの変域$-1\leqq x\leqq 2$における二つの関数のyの変域が等しい。このとき，$a=$□である。

④　ある円すいの側面の展開図は，半径5cm，中心角216°の扇形である。このとき，この円すいの体積は□cm^3である。

⑤　右の図のように，1, 2, 3, 4, 5の数字が一ずつ書かれた5枚のカードがある。　1　2　3　4　5
この5枚のカードをよくきって，1枚ずつ続けて2回ひき，ひいた順に左から並べて2けたの整数を作る。この2けたの整数が4の倍数である確率は□である。

⑥　下の図のように，半径3の円Oの周上に2点A, Bがあり，直線AC, BCはそれぞれ点A, Bにおける接線である。また，線分AC, BC上にそれぞれ点D, Eをとると，線分DEは線分AOに平行で，円Oの接線になっている。∠ACB＝30°であるとき，線分DEの長さは(ア)であり，五角形AOBEDの面積は(イ)である。



2　次の〔問1〕では，答えだけでなく，答えを求める過程がわかるように，途中の式や計算なども書きなさい。
また，〔問2〕では□に適当な数または式を書き入れなさい。

〔問1〕　2けたの自然数nがある。nの一の位の数は十の位の数より4大きく，また，nの一の位の数と十の位の数を入れかえてできる2けたの自然数は，nの2倍より10大きくなった。このとき，自然数nを求めなさい。

〔問2〕　原点Oを通る2直線$y=3x\cdots(1)$，$y=\frac{1}{2}x\cdots(2)$と(2)上の点A(4, 2)を通り傾きaの直線(3)がある。ただし，$a<0$とする。このとき，

条件P：『　3直線(1), (2), (3)で囲まれた部分（ただし，囲む線分上の点を含む）の点(x, y)で，x, yがともに整数である点　』

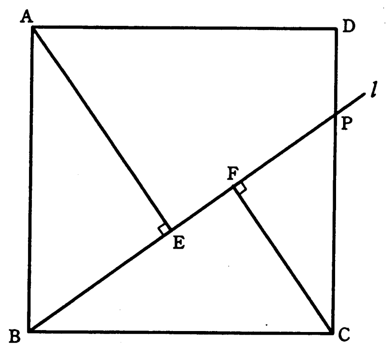
を考える。

①　線分OA上（ただし，両端を含む）の点(x, y)で，x, yがともに整数である点は全部で□個ある。

②　$a=-\frac{1}{2}$のとき，上の**条件P**を満たす点は全部で□個ある。

③　上の**条件P**を満たす点がちょうど11個であるとき，aのとりうる値の範囲は□である。

3　右の図のように，一辺の長さが2の正方形ABCDがあり，頂点Bを通る直線 l が辺CDと点Pで交わっている。頂点A, Cから直線 l に引いた垂線と l との交点をそれぞれE, Fとする。



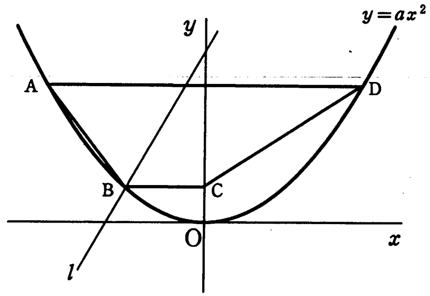
次の①,②では指示に従って答えなさい。③では□に適当な数または式を書き入れなさい。

① 解答用紙に垂線AEを作図しなさい。
ただし，作図には定規とコンパスを用い，作図に使った線は消さないでおきなさい。

② △ABE∽△CPFであることを証明しなさい。

③ ∠BAE=30°であるとき，線分PFの長さは (ア) であり，△CPFを線分PCを軸として1回転させてできる立体の体積は (イ) である。

4　右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に2点A, Dがあり，線分ADは x 軸に平行で，AD=8である。
ただし，$a>0$ とし，点Aの x 座標は，点Dの x 座標より小さいものとする。
また，点B$(-2, 1)$ も関数 $y=ax^2$ のグラフ上の点であり，y 軸上の点Cと点Bを結んだ線分BCは x 軸に平行である。
右の図のように，点AとB，点CとDをそれぞれ結んで四角形ABCDをつくる。



次の①〜③では□に適当な数または式を書き入れなさい。
④,⑤では，答えだけでなく，答えを求める過程がわかるように，途中の式や計算なども書きなさい。

① a の値は□である。

② 点Aの座標は□である。

③ 点Bを通り，傾き2の直線 l の式は $y=$□である。

④ ③で求めた直線 l は四角形ABCDを三角形と四角形に分ける。このとき，二つに分けられた三角形と四角形の面積比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

⑤ 傾き2の直線 g が四角形ABCDの面積を二等分するとき，直線 g の式を求めなさい。